PARAGRAAF 1.1 : LINEAIRE FUNCTIES (EN MODULUS)

DEFINITIE LIJN

Algemene formule van een lijn : $y = ax + b$

a = hellingsgetal = richtingscoëfficiënt = rc

b = startgetal

STAPPENPLAN LIJN DOOR TWEE PUNTEN A EN B

(1) Lijn heeft <u>altijd</u> vergelijking $y = ax + b$

(2) Bepaal de a door $a = rc = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_a - y_b}{x_a - x_b}$

(3) Bereken b door punt A in te vullen in $y = ax + b$

VOORBEELD 1

Lijn m gaat door $A = (3\,,5)$ en $B = (8\,,-10\,)$

a. Bepaal de vergelijking van lijn m.

Lijn l is evenwijdig aan m en gaat door $P = (12{,}7)$.

b. Bepaal de vergelijking van lijn l.

Lijn n heeft de vergelijking $y = 3ax + 2a$. De lijn l en n gaan beide door het punt $Q = (c, 40)$.

c. Bepaal de waarden van a en c en de vergelijking van lijn n.

OPLOSSING 1

a. Volg het stappenplan :

(1) Lijn heeft <u>altijd</u> vergelijking $y = ax + b$

(2) Bepaal de a door $a = rc = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-10-5}{8-3} = -\frac{15}{5} = -3$

(3) Vul punt $A = (3\,,5)$ in in $y = -3x + b$

$5 = -3 \cdot 3 + b$

$b = 14$

Dus lijn m : $y = -3x + 14$

b. l // m → rc gelijk dus a = -3

Je weet ook punt $(12{,}7)$ → $7 = -3 \cdot 12 + b$

$b = 43$

Dus lijn $l:\ y = -3x + 43$

c. Beide door $Q = (c, 40)$

(1) Eerst lijn l

$y = -3x + 43$

$40 = -3c + 43$

$-3c = -3$

$c = 1$ dus $Q = (1{,}40)$.

(2) Nu lijn n

$y = 3ax + 2a$

$(1{,}40)$ invullen

$40 = 3a \cdot 1 + 2a$

$40 = 5a$

$a = 8$ dus $y = 24x + 16$

PARAGRAAF 1.2 : TWEEDEGRAADSVERGELIJKINGEN

LES 1 VERGELIJKING $AX^2 + BX + C = 0$ OPLOSSEN.

Er zijn drie soorten :

1. C=0 (GEEN LOSSE)

- Oplossen door x buiten haakjes te halen

$x^2 + 3x = 0$
$x(x+3) = 0$
$x = 0 \; of \; x = -3$

2. B=0 (GEEN X-EN)

- Oplossen door worteltrekken

$x^2 - 7 = 0$
$x^2 = 7$
$x = \sqrt{7} \; of \; x = -\sqrt{7}$

3. DRIETERM

- Oplossen d.m.v.

(1) ontbinden (lukt soms maar is sneller)
(2) abc-formule (lukt altijd maar duurt langer)
(3) kwadraat afsplitsen (lukt altijd maar duurt langer)

$x^2 + 4x - 12 = 0$
$(x-2)(x+6) = 0$
$x - 2 = 0 \;\; v \;\; x + 6 = 0$
$x = 2 \; of \; x = -6$

OPMERKINGEN

- $(x+5) \neq x^2 + 25$
  MAAR $(x+5)(x+5) = x^2 + 5x + 5x + 25 = x^2 + 10x + 25$
- abc-formule : $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$
- Vergelijkingen van de vorm $(x+4)^2 = 36$ kun je oplossen met p(ency) methode.

LES 2 : REKENEN MET P

AANTAL OPLOSSINGEN BIJ DE DISCRIMINANT

De vergelijking $ax^2 + bx + c = 0$ heeft
(1) geen oplossing als D < 0 (Waarom ???)
(2) één oplossing als D = 0
(3) twee oplossingen als D > 0

VOORBEELD 1

Bereken voor welke waarde(n) van p geldt dat
a. $px^2 + 3x + 8 = 0$ één oplossing heeft.
b. $x^2 + 2px + 26 = 10$ twee oplossingen heeft.

OPLOSSING 1

a. $D = 3^2 - 4 \cdot p \cdot 8 = 0$ (één oplossing dus D=0)

$9 - 32p = 0 \rightarrow p = \frac{9}{32}$

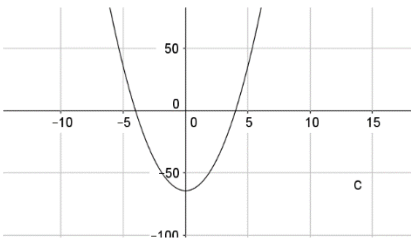
b. $x^2 + 2px + 26 = 10$
$x^2 + 2px + 16 = 0$ $\{a = 1 \;\; b = 2p \;\; c = 16\}$

$D = (2p)^2 - 4x1x16 = 4p^2 - 64 > 0$(twee oplossingen dus D > 0)

Omdat de Discriminant p^2 bevat moet je de 3 stappen van de ongelijkheid uitvoeren :

(1) $4p^2 - 64 = 0$
$4p^2 = 64$
$p^2 = 16$
$p = 4 \;\; v \;\; p = -4$

(2) Schets



(3) D > 0 als $p < -4 \;\; v \;\; p > 4$

PARAGRAAF 1.3 : EXTREMEN EN DOMEIN / BEREIK

THEORIE DOMEIN EN BEREIK

- In de top van de grafiek geldt dat $x_{top} = -\frac{b}{2a}$
- De extreme waarde(n) is de y-coördinaat !!!!
- Domein = { welke waarde van x kun je invullen} = D_f
- Bereik = { welke waarden van y kunnen uitkomsten zijn} = B_f

OM HET BEREIK TE BEPALEN OP EEN BEPERKT DOMEIN :

(1) Schets de grafiek met de GR. Neem Xmin = linkergrens en Xmax = rechtergrens.
(2) Bereken de toppen en de randpunten.
(3) Bepaal de grootste en kleinste waarde. Dat is het bereik.

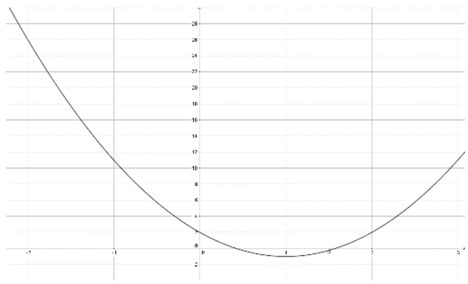
VOORBEELD 1

Bepaal het bereik van $f(x) = 3x^2 - 6x + 2$ als

a. $D_f = [-2{,}3]$
b. D_f = alles

OPLOSSING 1

a. **(1)** Schets de grafiek met Xmin = -2 en Xmax = 3.



(2) $x_{top} = -\frac{-6}{2 \cdot 3} = 1 \rightarrow y_{top} = -1$

Links : $y = f(-2) = 26$

Rechts : $y = f(3) = 11$

(3) $B_f == [-1\,, 26]$

b. Omdat de linkergrens en rechtergrens er niet zijn (gaan beide naar oneindig) is het bereik nu $B_f = [-1, \rightarrow\rangle$

PARAGRAAF 1.4 : TWEEDEGRAADSFUNCTIES MET P

Om de eigenschappen van een top te bepalen van $y=ax^2 + bx + c$ met onbekende parameter p, heb je een aantal hulpmiddelen :

(1) Schets van de grafiek (met de GR)
(2) Bereken de top met : $x_{top} = -\frac{b}{2a}$
(3) De discriminant voor het aantal oplossingen (0 / 1 / 2)
(4) Toppenformule = { de y_{top} uitgedrukt in x }

VOORBEELD 1

Gegeven is $f_p(x) = 2x^2 + 8x + p$.

a. Bereken algebraïsch de coördinaten van de top uitgedrukt in p.
b. Bereken voor welke p het maximum 5 is.
c. Bereken algebraïsch voor welke p de top op de x-as ligt.

Gegeven is $g_p(x) = px^2 + 8x + 9$.

d. Bereken algebraïsch voor welke p er een negatieve maximum is.
e. Druk de coördinaten van de top uit in x. (dit heet ook wel de toppenformule)

OPLOSSING 1

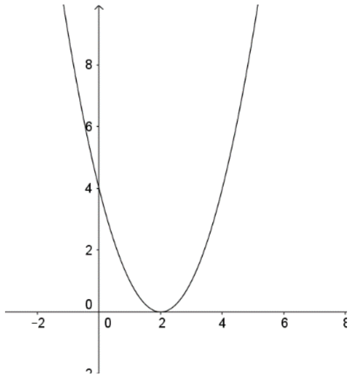
a. $x_{top} = -\frac{8}{2 \cdot 2} = -2 \rightarrow y_{top} = -8 + p$ dus Top=$(2\,, 8 - p)$

b. $y = 5 \ \rightarrow 8 - p = 5 \rightarrow p = 13$

c. **(1)** Maak een schets

Omdat 2 > 0 is het een dalparabool. Een schets geeft :

Dat betekent dat D = 0.



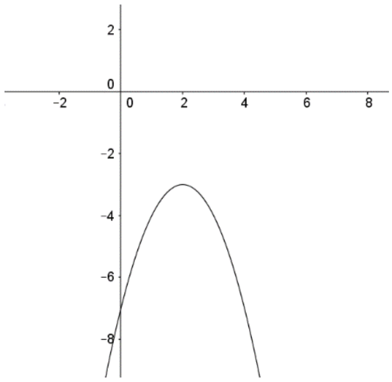
(2) $D = 8^2 - 4 \cdot -2 \cdot p = 0$

$64 - 8p = 0$

$p = 8$

d. **(1)** Maak een schets

Omdat er een maximum is moet p < 0 zijn (bergparabool).
Een schets geeft :



Dat betekent dat D < 0.

(2) $D = 8^2 - 4 \cdot p \cdot 9 < 0$

$D = 64 - 36p < 0$

$p < \frac{64}{36}$

Omdat p < 0 (bergparabool) is het antwoord p < 0

e. $x_{top} = -\frac{8}{2 \cdot p} = -\frac{4}{p}$

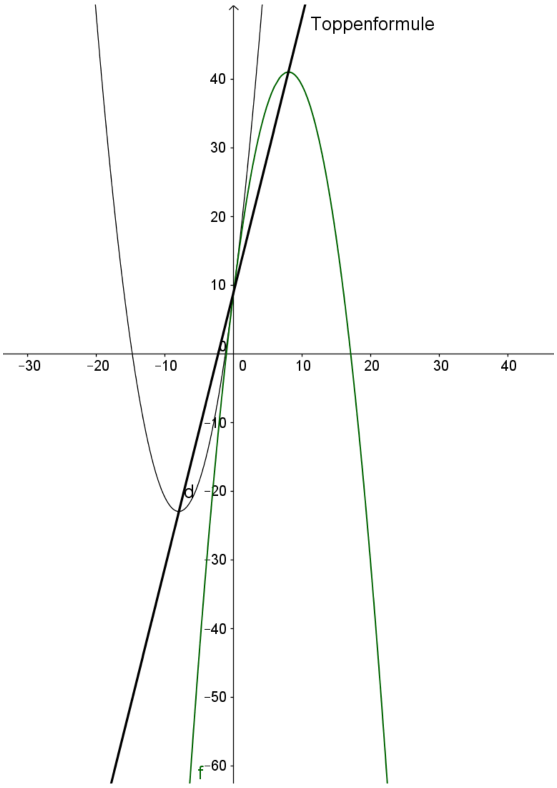
$p = -\frac{4}{x}$!!!!

$y_{top} = -\frac{4}{x} \cdot x^2 + 8x + 9 = -4x + 8x + 9$

$y_{top} = 4x + 9$

D.w.z. dat alle toppen van al deze parabolen op de lijn y = 4x + 9 liggen !!!

$Top = (x, 4x + 9)$



PARAGRAAF 1.5 : GRAFISCH NUMERIEK OPLOSSEN

DEFINITIES BEREKEN …

- Bereken algebraïsch = { Oplossen ZONDER de GR. Je mag (soms) afronden }
- Bereken exact = { Oplossen ZONDER de GR. Je mag NOOIT afronden }
- Bereken = { Je mag de GR (Intersect / Zero) gebruiken }

THEORIE ONGELIJKHEDEN

- Een ongelijkheid heeft als teken $>$; $\geq$; $<$; $\leq$
- Een ongelijkheid heeft miljoenen oplossingen (bijv. $x > 4$)
- Daarom is er ALTIJD een schets nodig om een ongelijkheid oplossen.
- Er is één uitzondering voor de schets en dat is bij een lineaire ongelijkheid (bijv. $3x - 4 > -2x + 8$)

STAPPENPLAN ONGELIJKHEID OPLOSSEN :

(1) Herleid op 0
(2) Los de vergelijking op (algebraïsch of met intersect) **(I)**
(3) Maak een schets van de situatie. **(S)**
(4) Lees de oplossing af uit de schets van de grafiek (met de GR) **(A)**

VOORBEELD 1

Los algebraïsch op $x^2 + 3x > 10$

OPLOSSING 1

(1) $x^2 + 3x > 10$

$x^2 + 3x - 10 > 0$

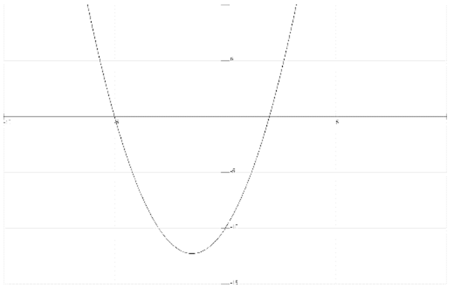
(2) $x^2 + 3x - 10 = 0$

$(x - 2)(x + 5) = 0$

$x = 2 \vee x = -5$

(3) Schets $Y1 = x^2 + 3x - 10$

(4) $x^2 + 3x - 10 > 0$ $als\ x < -5\ of\ x > 2$



OPMERKING

Als er alleen los op staat, mag je stap (2) oplossen met intersect.

$Y1 = x^2 + 3x - 10$ en $Y2 = 0$

Intersect …